

# RLC 传输线的精确矩模型及其在互连线网时延估计中的应用

郭裕顺

(杭州电子工业学院, 浙江杭州 310037)

**摘 要:** 快速估计互连线网的信号传输特性是 VLSI 设计中的重要问题, 矩匹配是目前的主要方法. 本文给出了获得 RLC 传输线精确矩模型的一个简单方法, 避免了以往方法复杂的推导. 文中还提出了互连线时延估计的一个新方法, 这一方法不仅可用于目前通常的二阶模型, 还可对高阶模型进行估计.

**关键词:** 互连线; 高速集成电路; 传输时延; 信号完整性

**中图分类号:** TN454      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2003) 11-1618-05

## Exact Moment-Matching Model of RLC Transmission Lines and Its Application to Interconnect Delay Estimation

GUO Yu-shun

(Hangzhou Institute of Electronics Engineering, Hangzhou, Zhejiang 310037, China)

**Abstract:** Moment-matching is a widely used technique in analysis, design, and fast evaluation of signal transmission performance of interconnects in today's deep submicrometer VLSI design. The construction of exact moment-matching models for distributed RLC transmission lines involves a tedious and complicated procedure using previous methods. This paper provides a simple approach to derive such models based upon observations on the Maclaurin expansion of the ABCD matrix of the transmission line. In addition, a new method is proposed for the interconnects delay estimation, which can be used not only to the common second order model, but also to the third order, and even higher-order models.

**Key words:** interconnects; high speed circuits; delay estimation; signal integrity

### 1 引言

快速而准确地估计信号在互连线网上的传输特性是目前 VLSI 设计中一个十分重要的问题, 目前主要的方法是通过计算线网中各点电压冲激响应的矩来进行. RC 线网设计中广泛应用的 Elmore 时延即是冲激响应的一阶矩. 当电路工作速度进一步提高后, 必须考虑分布电感的影响. 由于电感的作用, 传输的信号呈现波动特征, 不仅有时延, 还会产生复杂的振荡, 仅用一阶矩就无法刻画线网的传输特性. 但进一步地计算出高阶矩, 仍可以对传输时延、阻尼状态甚至振荡幅度作出较为合理的估计<sup>[1,2]</sup>. 通过这些矩对信号传输特性进行快速估计已成为目前进行 VLSI 互连线设计的基本方法<sup>[2-4]</sup>. 为此, 能准确、快速地计算 RC、RLC 互连线网各阶矩的算法是十分重要的.

RC 网络各阶矩的计算早已有十分有效的算法. 文献[5]首先给出了 RC 树的计算复杂度为  $O(n)$  的算法,  $n$  是树枝数. 这一算法的有效性是 Elmore 时延能得到广泛应用的前提. L. T. Pileggi 等将同样的算法思想应用到了 RLC 线网, 证明类似的算法

也能用来求 RLC 线网的各阶矩, 并开发了相应的软件 RICE<sup>[6]</sup>. 该算法有效性的关键, 是充分利用了树形传输线的特殊结构. RLC 网络各阶矩的计算事实上是要反复求解同样结构的一个电阻网络, 这一电阻网络的解通过对树的正反向两次访问即可得到, 不必解方程, 甚至不需要一次除法.

无论是 RC 还是 RLC 线, 上述算法都要先对分布的传输线进行集中参数电路等效, 这在实际应用是十分不便的. 首先结果不可避免地存在一定的误差; 其次为达到要求误差, 所需的集中元件个数难以准确估计. 为此, 文献[7,8]提出了构造分布传输线精确矩模型 (Exact Moment Matching Model) 的方法. 文[7]的方法针对 RLC 传输线, 通过先将传输线等效为  $n$  个集中 RLC 单元的级联然后令  $n \rightarrow \infty$  的办法, 分析了一根传输线对线网中各点电压响应矩的贡献, 由此导出了由 RLC 元件级联组成的能精确匹配到任意阶矩的等效电路, 计算时用这一等效电路替代传输线, 就既可利用文[6]中复杂度为线性的算法, 又能得到矩的精确结果. 文献[8]则直接从描述传输线的电报方程

收稿日期: 2003-01-02; 修回日期: 2003-07-02

基金项目: 国家 863 计划资助项目 (No. 2002AA1Z1500)

出发,经过一系列复杂的运算推导,给出了包括非均匀与耦合情形在内的一般传输线的精确矩等效电路,由此同样可用线性复杂度的算法进行树形 RLC 线网的矩计算。

本文给出了一种构造 RLC 传输线各阶矩等效电路的新方法。方法基于对传输线传递函数矩阵 Maclaurin 展开的分析,矩等效电路仍是由一电阻与电压源串联的串臂与一电流源并臂组成,与集中的 RLC 单元相同。对 RLC 传输线树,也可用相同的复杂度为  $O(n)$  的算法。其主要优点是概念与推导都十分简单,而文献[7,8]的方法都需要一个复杂的过程与冗长的推导,文[7]在最后还要从一个  $2p+1$  阶的非线性方程组的解中确定各 RLC 元件的参数( $p$  是矩匹配的阶数),十分不利于模型的应用。利用这一方法,可方便快速并精确地计算出 RLC 传输线树的各阶矩。文中还提出了一种新的时延估计方法,不仅可用于二阶系统的时延估计,还可估计三阶甚至更高阶系统的时延。

### 2 RLC 网络矩的计算

先简要说明计算 RLC 网络中各阶电压响应矩的方法,及当网络为树状结构时的快速算法<sup>[6,7]</sup>。电压电流的 Maclaurin 展开是

$$V(s) = V_0 + sV_1 + s^2V_2 + \dots \quad (1)$$

$$I(s) = I_0 + sI_1 + s^2I_2 + \dots$$

$V_k, I_k$  即是电压电流的  $k$  阶矩。为了求得一个网络响应的各阶矩,先分析基本的 RLC 元件电压电流矩之间的关系。

对电阻,

$$V_0 + sV_1 + s^2V_2 + \dots = R \cdot (I_0 + sI_1 + s^2I_2 + \dots)$$

因此

$$V_k = R \cdot I_k, \quad k=0,1,2, \dots \quad (2)$$

对电容,

$$I_0 + sI_1 + s^2I_2 + \dots = sC \cdot (V_0 + sV_1 + s^2V_2 + \dots)$$

$$I_0 = 0, I_k = C \cdot V_{k-1}, \quad k=1,2, \dots \quad (3)$$

对电感,

$$V_0 + sV_1 + s^2V_2 + \dots = sL \cdot (I_0 + sI_1 + s^2I_2 + \dots)$$

$$V_0 = 0, V_k = L \cdot I_{k-1}, \quad k=1,2, \dots \quad (4)$$

由此看出矩可递推计算,在进行  $k$  阶矩的计算时,电阻不变,电容用  $C V_{k-1}$  的电流源代替,电感用  $L I_{k-1}$  的电压源代替,然后求这样得到的电阻网络的解。0 阶矩就是直流,因此电容开路,电感短路。

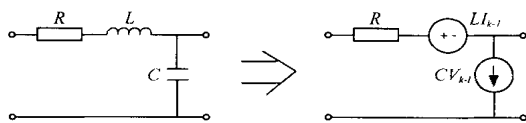


图 1 (a) RLC 互连线的的基本单元;(b)基本单元的  $k$  阶矩等效

对用集中参数近似等效互连线网所得的 RLC 网络,其基本单元一般如图 1(a) 所示,图 1(b) 是计算  $k$  阶矩时的等效电路。当线网为一树时,所有 RL 为树枝,  $C$  为连支,求  $k$  阶矩时所有连支电流是已知的,因此由 KCL, 通过从叶节点到根节点的反向访问可确定各 RL 树枝的电流,由此再用 KVL, 通过一次根节点到叶节点的正向访问即可求得各点电压的  $k$  阶矩。正是由于这样特定的电路结构,才使得这一电路的求解变得十分简

单,不需要一次除法。

### 3 传输线的矩模型

下面我们说明对 RLC 传输线,也存在与图 1(b) 同样的矩等效电路,只不过串并臂上的电压电流源更为复杂。对图 2(a) 所示的长为  $l$  的 RLC 传输线,从始端到终端的传递函数矩阵是:

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ch l & -z_0 sh l \\ -y_0 sh l & ch l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中  $z_0 = \sqrt{\frac{R+sL}{sC}}, y_0 = z_0^{-1}, l = \sqrt{(R+sL) \cdot sC}$

这里,令  $R, L, C$  为传输线总的电阻、电感与电容。将式(5)展开成  $s$  的幂级数:

$$\begin{bmatrix} V_{2,0} \\ I_{2,0} \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} V_{2,1} \\ I_{2,1} \end{bmatrix} + s^2 \begin{bmatrix} V_{2,2} \\ I_{2,2} \end{bmatrix} + \dots = \left( \begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} + s^2 \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} + \dots \right) \left( \begin{bmatrix} V_{1,0} \\ I_{1,0} \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} V_{1,1} \\ I_{1,1} \end{bmatrix} + s^2 \begin{bmatrix} V_{1,2} \\ I_{1,2} \end{bmatrix} + \dots \right) \quad (6)$$

ABCD 各参数的展开是:

$$\begin{aligned} ch l &= 1 + \frac{(R+sL)sC}{2!} + \frac{(R+sL)^2(sC)^2}{4!} + \dots \\ &= 1 + \frac{RC}{2} s + \left( \frac{RC}{2!} + \frac{R^2C^2}{4!} \right) s^2 + \dots \\ z_0 sh l &= R + sL + \frac{(R+sL)^2sC}{3!} + \frac{(R+sL)^3(sC)^2}{5!} + \dots \\ &= R + \left( L + \frac{R^2C}{3!} \right) s + \left( \frac{2RLC}{3!} + \frac{R^3C^2}{5!} \right) s^2 + \dots \\ y_0 sh l &= sC + \frac{(R+sL)(sC)^2}{3!} + \frac{(R+sL)^2(sC)^3}{5!} + \dots \\ &= sC + \frac{RC^2}{3!} s^2 + \left( \frac{LC^2}{3!} + \frac{R^2C^3}{5!} \right) s^3 + \dots \end{aligned}$$

因此

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & -R \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{RC}{2} & -\left( L + \frac{R^2C}{6} \right) \\ -C & \frac{RC}{2} \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} &= K \end{aligned} \quad (7)$$

由式(5)、(7)得到:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_{2,0} \\ I_{2,0} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1,0} \\ I_{1,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{1,0} - RI_{1,0} \\ I_{1,0} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} V_{2,1} \\ I_{2,1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1,1} \\ I_{1,1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1,0} \\ I_{1,0} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} V_{1,1} - RI_{1,1} \\ I_{1,1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_1 \\ j_1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} V_{2,k} \\ I_{2,k} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1,k} \\ I_{1,k} \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^k \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1,k-i} \\ I_{1,k-i} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} V_{1,k} - RI_{1,k} \\ I_{1,k} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_k \\ j_k \end{bmatrix}, \quad k=2,3, \dots \end{aligned} \quad (8)$$

$$\text{其中} \quad \begin{bmatrix} e_k \\ j_k \end{bmatrix} = - \begin{matrix} k \\ i=1 \end{matrix} \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1,k-i} \\ I_{1,k-i} \end{bmatrix} \quad (9)$$

式(8)说明传输线两端  $k$  阶电压电流矩之间的关系,其等效电路如图 2(b)所示,这与图 1(b)完全相同.因此,对 RLC 传输线树,各点电压的矩仍可通过对树的反正向两次访问求得.不同的是其中的等效电源的计算更为复杂,要按式(9)由始端电压电流的 0 到  $k-1$  阶矩与 ABCD 参数的 1 到  $k$  阶矩算得.

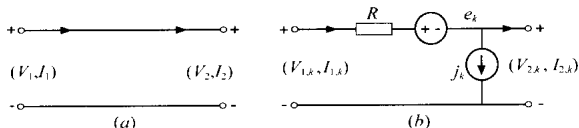


图 2 (a) RLC 传输线; (b) RLC 传输线的  $k$  阶等效

不难看出, ABCD 参数的各阶矩可递推计算,但为使计算更方便有效,可采用归一化的等效模型.将频率与损耗电阻作如下归一化:

$$\bar{s} = \sqrt{LC} \cdot s, \quad r = \frac{R}{\sqrt{L/C}}$$

则特性阻抗与传播常数可表示为:

$$z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \sqrt{\frac{s+R/L}{s}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \sqrt{\frac{\bar{s}+r}{\bar{s}}}, \quad (10)$$

$$l = \sqrt{LCs(s+R/L)} = \sqrt{\bar{s}(\bar{s}+r)}$$

于是:

$$\begin{aligned} ch \ l &= 1 + \frac{\bar{s}(\bar{s}+r)}{2!} + \frac{\bar{s}^2(\bar{s}+r)^2}{4!} + \dots \\ &= 1 + \frac{r}{2!} \bar{s} + \left( \frac{1}{2!} + \frac{r^2}{4!} \right) \bar{s}^2 + \dots \\ z_0 \ sh \ l &= \sqrt{\frac{L}{C}} \left[ \bar{s} + r + \frac{\bar{s}^2(\bar{s}+r)^2}{3!} + \frac{\bar{s}^3(\bar{s}+r)^3}{5!} + \dots \right] \\ &= \sqrt{\frac{L}{C}} \left[ r + \left( 1 + \frac{r^2}{3!} \right) \bar{s} + \left( \frac{2r}{3!} + \frac{r^3}{5!} \right) \bar{s}^2 + \dots \right] \\ y_0 \ sh \ l &= \sqrt{\frac{C}{L}} \left[ \frac{\bar{s}(\bar{s}+r)}{3!} + \frac{\bar{s}^2(\bar{s}+r)^2}{5!} + \dots \right] \\ &= \sqrt{\frac{C}{L}} \left[ \bar{s}^2 \frac{r}{3!} \bar{s}^2 + \left( \frac{1}{3!} + \frac{r^2}{5!} \right) \bar{s}^3 + \dots \right] \end{aligned} \quad (11)$$

由此只需计算  $r$  的各次幂,就可获得传输线的矩模型.

可以证明,上述模型与文献[8]得到的模型是完全相同的,但我们的方法却要简单、也易于理解得多.关于模型的计算复杂性,如  $p$  是逼近的阶,  $n$  是传输线数,则式(9)的计算量是  $O(p)$ ,对树进行一次访问算出各点电压所需的计算量还是  $O(n)$ ,因此进行一次矩计算的计算量是  $O(np)$ ,递推计算从 1 到  $p$  阶矩所需的全部计算量是  $O(np^2)$ ,也与文[8]相同.

#### 4 传输线树的时延估计

根据以上模型,及已有的算法,可迅速算出树中各点电压冲激响应的各阶矩,用这些矩作 Pade 逼近,可得到电压传输函数的近似,由此可再作时延估计.目前主要的方法是根据二阶矩得到的如下 Pade 逼近进行的:

$$H(s) = \frac{1}{1 + b_1 s + b_2 s^2} \quad (12)$$

其中,  $b_1 = -m_1$ ,  $b_2 = m_1^2 - m_2$ ,  $m_1$ 、 $m_2$  分别是一、二阶矩.文献

[9~11]都给出了估算式(12)阶跃响应时延的公式.式(9)是根据过阻尼、欠阻尼与临界阻尼三种情况下响应的不同时域表示,通过解析近似得到的,式(10)、(11)则使用了数值拟合.我们在这里给出一种新方法,特点是不仅可用于估计上述二阶系统的时延,还适用于高阶系统.

对式(12)按  $s^{-1}$  作 Maclaurin 展开:

$$H(s) = \frac{1}{1 + b_1 s + b_2 s^2} = \frac{c_2}{s^2} + \frac{c_3}{s^3} + \frac{c_4}{s^4} + \dots \quad (13)$$

$H(s)$  在时域中的阶跃响应是:

$$g(t) = \frac{c_2}{2!} t^2 + \frac{c_3}{3!} t^3 + \frac{c_4}{4!} t^4 + \dots \quad (14)$$

由此可得:

$$g'(0) = c_2 = \frac{1}{b_2} = \frac{1}{m_1^2 - m_2}, \quad g'''(0) = c_3 = -\frac{b_1}{b_2^2} = \frac{m_1}{(m_1^2 - m_2)^2},$$

$$g^{(4)}(0) = c_4 = -\frac{b_1^2 - b_2}{b_2^3} = \frac{m_2}{(m_1^2 - m_2)^3}, \dots \quad (15)$$

由于时延主要是由信号的上升沿,即  $t=0$  附近的一段波形决定的,只要对这一小段波形有较为准确的估计,就能求出时延.注意到这一事实,用式(15)给出的  $t=0$  时的各阶导数对  $g(t)$  做如下 Pade 逼近:

$$g(t) = \frac{e^2}{1 + d_1 t + d_2 t^2} \quad (16)$$

其中:  $e = \frac{1}{2b_2} = \frac{1}{2(m_1^2 - m_2)}$ ,  $d_1 = \frac{b_1}{3b_2} = -\frac{m_1}{3(m_1^2 - m_2)}$ ,

$$d_2 = \frac{b_1^2 + 3b_2}{36b_2^2} = \frac{4m_1^2 - 3m_2}{36(m_1^2 - m_2)^2}$$

若定义时延的阈值电压是  $v_{th}$ ,则从  $g(t) = v_{th}$  即可解出时延,这是一个二次方程.例如对 50% 时延,可以得到

$$t_{0.5} = \frac{-d_1 - \sqrt{d_1^2 - 4d_2 + 8e}}{2(d_2 - 2e)} \quad (17)$$

对三阶系统也可用上述方法.  $H(s)$  的展开是:

$$H(s) = \frac{1}{1 + b_1 s + b_2 s^2 + b_3 s^3} = \frac{c_3}{s^3} + \frac{c_4}{s^4} + \frac{c_5}{s^5} + \frac{c_6}{s^6} + \dots \quad (18)$$

其阶跃响应:

$$g(t) = \frac{c_3}{3!} t^3 + \frac{c_4}{4!} t^4 + \frac{c_5}{5!} t^5 + \frac{c_6}{6!} t^6 + \dots \quad (19)$$

由于  $g(0) = 0$ ,因此做如下 Pade 逼近

$$g(t) = \frac{e^3}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3} \quad (20)$$

这时要从一个三次方程的解得到时延.

当上述方法用于更高阶的模型,或提高  $g(t)$  的 Pade 逼近阶时,将面临一个高次代数方程的求解.五次以上的方程不存在解析解,只能用数值方法,这时可用二阶模型给出的值作为初值进行 Newton 迭代.

上述讨论假定输入是理想的阶跃信号.实际信号总有一定的上升时间,这一时间会影响输出信号的时延.为了考虑这种影响,将输入信号表示为

$$v_{in}(t) = 1 - e^{-t/r} \quad (21)$$

则当传输函数用式(12)的二阶模型时,输出信号为

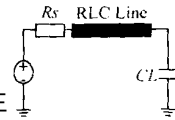
$$G(s) = \frac{1}{1 + b_1 s + b_2 s^2} \cdot \frac{1}{s(1 + t_r s)} = \frac{1}{s(1 + b_1 s + b_2 s^2 + b_3 s^3)} \quad (22)$$

$t_r$  是上升时间常数,由此可得  $g(t)$  形如式(20)的 Pade 逼近,然后从中估计出时延。

5 例子

下面我们给出矩计算及时延估计的三个例子。

例 1 本例说明二阶模型 50% 时延估计式(17)的精度。考虑图 3 所示终端接电



容负载的单根 RLC 传输线,这是 VLSI 设计中最基本的时延估计问题,文献[11]给出了一个高精度的估计式,并给出了当传输线参数、负载电容在较大范围内变化时的结果。我们用同样的参数对式(17)进行了试验,  $R_s = 25 \Omega$ , 传输线参数  $R, L$  均是可变的,  $C = 1.0 \text{pF}$ 。结果列于表 1。为比较表中同时列出了文献[11]的结果。表中的准确值是从电压响应解析解(通过拉氏反变换)得出的,而文[11]是从 AS/ X 模拟得到的,因此数据略有差别。从结果可见大部分情况下式(17)的误差不超过 10%,最大误差 13.2%,总体上精度不及文[11],但文[11]是专门针对这一电路的。

表 1 图 1 电路的 50% 传输时延 (单位:ps)

R	L	$C_L = 0.1 \text{pF}$				$C_L = 0.5 \text{pF}$				$C_L = 1 \text{pF}$						
		准确	文[11]		式(17)		准确	文[11]		式(17)		准确	文[11]		式(17)	
			时延	误差	时延	误差		时延	误差	时延	误差		时延	误差	时延	误差
250	2	134	131.4	2.4%	135.4	0.6%	214	212.8	0.5%	211.3	1.2%	310	314.5	1.3%	309.6	0.2%
	5	135	133.2	1.7%	142.7	5.4%	216	213	1.5%	217.3	0.4%	313	314.5	0.5%	310.1	0.9%
	8	139	137.7	0.9%	150.3	8.1%	218	214.4	1.8%	224.6	2.8%	316	314.9	0.5%	314.7	0.5%
	10	140	141.7	1.2%	155.3	10.9%	220	216.1	1.7%	229.7	4.5%	320	315.4	1.5%	318.9	0.4%
50	2	49.9	53.0	6.4%	55.9	12.1%	70.8	71.2	0.5%	77.9	10%	98	96.1	2%	102.8	4.9%
	5	75.4	75.6	0.3%	73.7	2.3%	94.7	92.1	2.8%	99.6	5.2%	120	114	5.3%	127.8	6.2%
	8	94.4	94.7	0.3%	87.6	7.2%	115	112	2.3%	117.2	2.1%	141	133.8	5.3%	148.7	5.2%
	10	105	106	0.6%	95.6	9.1%	126	124.2	1.6%	127.3	0.9%	154	146.5	4.8%	161	4.7%
25	2	48	48.8	1.7%	48.3	0.8%	61.3	60.3	1.6%	65.2	6.3%	79	75.6	4%	83.6	6.2%
	5	74.4	74.8	0.6%	67.7	8.9%	89.3	87.9	1.6%	89.7	0.4%	109	103.4	4.7%	112.9	4%
	8	93.6	94.9	1.5%	82.3	12.1%	110	110.5	0.3%	108.3	1.8%	132	128.1	2.6%	135.4	3%
	10	104	106	1.9%	90.6	13.2%	122	123.7	1.3%	118.9	2.6%	145	142.8	1.3%	148.4	2.5%

当考虑输入信号上升时间时,结果如表 2。取  $t_r = 10 \text{ps}$ ,用式(22)进行估计。表中只列出了当  $C_L = 0.1 \text{pF}$  时的结果,可见

误差大小与表 1 中对应情况相当。 $C_L$  增大后误差会进一步减小,与表 1 的趋势相同。

表 2 考虑  $t_r$  时图 1 电路的 50% 传输时延 (单位:ps)

	准确	估计	误差
准确	144.9	145.9	145.9
估计	147.5	152.8	157.9
误差	1.8%	4.7%	8.2%

例 2 图 4 所示电路为一 RLC 传输线树,  $R_s = 12 \Omega$ ,  $C_L1 = 1 \text{pF}$ ,  $C_L2 = 1.75 \text{pF}$ ,各传输线参数如表 3 所示。用式(17)对树中 1、2、3 三个电压的 50% 时延进行估计,结果如表 4 所示。

表 3 图 4 电路中的各传输线参数

	LT1	LT2	LT3	LT4	LT5	LT6	LT7
$R(\Omega/\text{cm})$	0.682	11.538	0.630	1.786	1.579	9.375	7.500
$L(\text{nH}/\text{cm})$	0.858	3.970	0.805	1.725	1.592	3.741	3.480
$C(\text{pF}/\text{cm})$	1.395	0.283	1.395	0.651	0.705	0.300	0.323
线长(cm)	3	4	1	2.5	1.75	4	1.25

表 4 例 2 的时延估计结果 (单位:ns)

	spice	式(17)	误差
1	0.337	0.382	13.4%
2	0.502	0.495	1.4%
3	0.358	0.370	3.4%

例 3 本例说明三阶模型的应用。图 5 所示电路为一二分支线,  $R_s = 12 \Omega$ ,  $C_L1 = C_L2 = 3 \text{pF}$ ,  $LT1$  长 5cm,分布参数  $R = 0.6592 \Omega/\text{cm}$ ,  $L = 2.208 \text{nH}/\text{cm}$ ,  $C = 2.033 \text{pF}/\text{cm}$ ,  $LT2$  长 5cm,  $R = 1.585 \Omega/\text{cm}$ ,  $L = 5.311 \text{nH}/\text{cm}$ ,  $C = 0.8453 \text{pF}/\text{cm}$ ,  $LT3$  长 7cm,  $R = 1.219 \Omega/\text{cm}$ ,  $L = 4.083 \text{nH}/\text{cm}$ ,  $C = 1.1 \text{pF}/\text{cm}$ 。对 1、2 两点

电压的 50% 时延进行估计, 表 5 例出了分别用两阶模型式 (17) 与从三阶模型式 (20) 得到的结果.

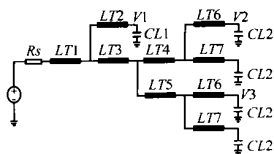


图 4 例 2 的电路图

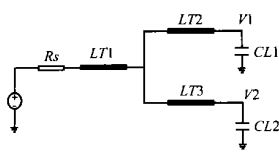


图 5 例 3 的电路图

表 5 例 3 的时延估计结果 (单位: ns)

spice	二 阶		三 阶	
	时 延	误 差	时 延	误 差
1	0.788	3.7 %	0.803	1.9 %
2	0.9	9.7 %	0.893	0.8 %

## 6 结论

本文给出了获得 RLC 传输线精确矩模型的简单方法, 这将大大方便该模型的应用. 显然方法也适用于一般的 RLCG 线、耦合线甚至非均匀线, 可与文 [8] 一样得到这些传输线的等效模型, 但目前 VLSI 设计中感兴趣的主要是 RLC 线网, 因此我们不再讨论. 文中提出的时延估计新方法不仅可对二阶系统的时延进行估计, 还可进行三阶甚至更高阶系统的时延估计.

### 参考文献:

- [ 1 ] J R Brews. Overshoot-controlled RLC interconnections [J]. IEEE Trans, 1991, ED-38(1): 76 - 87.
- [ 2 ] R Gupta, B Krauter, L T Pileggi. Transmission line synthesis via cons-

trained multivariable optimization[J]. IEEE Trans, 1997, CAD-16(1): 6 - 19.

- [ 3 ] Jason Cong, C K Koh, P H Madden. Interconnect layout optimization under higher-order RLC model for MCM design [J]. IEEE Trans, 2001, CAD-20(12): 1455 - 1463.
- [ 4 ] R Gupta, J Willis, L T Pileggi. Analytic termination metrics for pin-to-pin lossy transmission lines with nonlinear drivers [J]. IEEE Trans, 1998, VLSI-6(3): 457 - 463.
- [ 5 ] J Rubinstein, P Penfield, M A Horowitz. Signal delay in RC tree networks [J]. IEEE Trans, 1983, CAD-2(3): 202 - 211.
- [ 6 ] C L Ratzlaff, L T Pileggi. RICE: Rapid interconnect circuit evaluation using AWE [J]. IEEE Trans, 1994, CAD-13(6): 763 - 776.
- [ 7 ] Qingjian Yu, E S Kuh. Exact moment matching model of transmission lines and application to interconnect delay estimation [J]. IEEE Trans, 1995, VLSI-3(2): 311 - 322.
- [ 8 ] Qingjian Yu, E S Kuh, Tianxiang Xue. Moment models of general transmission lines with application to interconnect analysis and optimization [J]. IEEE Trans, 1996, VLSI-4(4): 477 - 493.
- [ 9 ] A B Kahng, S Muddu. An analytical delay model for RLC interconnects [J]. IEEE Trans, 1997, CAD-16(12): 1507 - 1514.
- [ 10 ] Y I Ismail, E G Friedman, J L Neves. Equivalent Elmore delay for RLC trees [J]. IEEE Trans, 2000, CAD-19(1): 83 - 97.
- [ 11 ] Y I Ismail, E G Friedman. Effects of inductance on the propagation delay and repeater insertion in VLSI circuits [J]. IEEE Trans, 2000, VLSI-8(2): 195 - 206.

### 作者简介:

郭裕顺 男, 1965 年生于浙江, 1984 年毕业于杭州电子工业学院, 1986 年获电子科技大学硕士学位, 1987 年至今在杭州电子工业学院微电子 CAE 所工作, 教授, 目前主要从事微波与高速集成电路 CAD 研究.